Colegio Nuestra Señora de Pompeya

Asignatura: Matemática

Profesora: **Valeria Farías Piña**

Curso: 3° Medio

**Segunda guía de matemática**

**Matemática común**

Se considera en el transcurso de estas semanas el trabajo por parte del estudiante en la Unidad 1 correspondiente a **Datos estadísticos**, específicamente en el tema **“Medias de dispersión”**, cuyo objetivo de aprendizaje es **tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión**

Puedes guiarte con el texto del estudiante desde páginas 11 a 19. En estas encontrarás los contenidos, ejemplos y ejercicios propuestos para complementar. Asimismo, puedes utilizar para practicar el cuaderno de actividades desde página 4 a 8.

Se subdivide en dos partes, cuyas notas obtenidas se promediarán dando lugar a una final.

Primera parte: plazo máximo día miércoles 08-04

Segunda parte: plazo máximo día miércoles 15-04

Sugiero de preferencia adjuntar archivo con fotos del desarrollo realizado, pues es mucho más fácil para ustedes trabajar en papel que en computador, especialmente en estas asignaturas. Favor, letra clara y ordenada.

 (Las fechas señaladas con anterioridad son para poder disponer del tiempo necesario para las correcciones y devolución de resultados)

**Criterios para corrección de guías de trabajo de matemática común**

Es necesario el uso de calculadora para los cálculos

**Primera parte**

1. 12 puntos totales (4 puntos cada una)

Determina moda, media y mediana sin confundir los conceptos.

Concluye indicando cuál es el valor pedido

1. 12 puntos totales (2 puntos cada una)

Determina la media y desviación media, sin confundir los conceptos.

Concluye indicando cuál es el valor pedido

1. 18 puntos totales

Reconoce que para poder efectuar cálculos solicitados es preciso calcular la moda para estos datos, por ende, calcula moda. (3 puntos)

Calcula desviación media, varianza y desviación estándar sin confundir los conceptos. (5 puntos cada una)

Concluye indicando cuál es el valor pedido.

**Segunda parte**

1. 20 puntos totales

Completa la tabla (1 punto cada espacio)

Calcula moda, media y mediana sin confundir los conceptos (4 puntos cada una)

Concluye indicando cuál es el valor pedido

1. 40 puntos totales

Completa la tabla (1 punto por cada espacio)

Calcula moda, media y mediana sin confundir los conceptos (4 puntos cada una)

Calcula desviación media, varianza y desviación estándar sin confundir los conceptos. (6 puntos cada una)

Concluye indicando cuál es el valor pedido

*Definiciones, fórmulas y ejemplos.*

**Medidas de tendencia central y dispersión**

Las medidas de tendencia central son: moda (Mo), media ($\overbar{x}$) y mediana (Me).

* $Mo$: es la variable que más se repite
* $\overbar{x}$: Es el promedio de los datos. Se usa $\overbar{x}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}$ En palabras, se suman todos los datos y se divide en el total.
* Me: ordenamos los datos de menor a mayor y la mediana es el dato que ocupa el centro. Si hay dos datos en el centro, la mediana es el promedio de estos.

Las medidas de dispersión son: desviación media ($D\_{\overline{x}}$), varianza ($σ^{2}$) y desviación estándar ($σ$)

* $D\_{\overline{x}}$: permite determinar cuánto varían los datos con respecto a la media aritmética
* $σ^{2}$: permite saber cuál es la dispersión respecto a la media
* $σ$: permite saber que tan disperso es el conjunto

**Para datos no agrupados se calculan usando las siguientes fórmulas.**

$D\_{\overline{x}}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}|x\_{i}-\overline{x}|}{n}$

 $σ^{2}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}\left(x\_{i}-\overline{x}\right)^{2}}{n}$

$$σ=\sqrt{σ^{2}}$$

**Ejemplos:**

1. En una evaluación de 30 puntos totales, aplicada a diez estudiantes, se obtuvieron los siguientes resultados:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 15 | 20 | 28 | 25 | 25 |
| 18 | 21 | 18 | 18 | 12 |

Calcula las medidas de tendencia central y dispersión.

Desarrollo\_

1. La moda es igual a 18, pues ese dato se repite tres veces.
2. La media la calculamos usando: $\overbar{x}=\frac{15+20+28+25+25+18+21+18+18+12}{10}=\frac{200}{10}=20$
3. Para calcular la mediana ordenamos todos los datos, de menor a mayor:

12, 15, 18, 18, **18, 20,** 21, 25, 25, 28 en este caso, en el centro identificamos dos valores cuyo promedio es igual a 19. Por lo tanto, la mediana es igual a 19

1. Para calcular la desviación media usaremos $D\_{\overline{x}}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}\left|x\_{i}-\overline{x}\right|}{n}$

$\left|x\_{i}-\overline{x}\right|$ corresponde a la resta entre el dato y la media previamente calculada. Las barras laterales son “valor absoluto”, esto quiere decir que el valor que obtengamos quedará siempre con signo positivo.

Deberíamos calcular entonces

|  |  |
| --- | --- |
| $$\left|x\_{i}-\overline{x}\right|$$ | Resultado |
| $$\left|15-20\right|$$ | 5 |
| $$ \left|20-20\right|$$ | 0 |
| $$\left|28-20\right|$$ | 8 |
| $$\left|25-20\right|$$ | 5 |
| $$\left|25-20\right|$$ | 5 |
| $$\left|18-20\right|$$ | 2 |
| $$\left|21-20\right|$$ | 1 |
| $$\left|18-20\right|$$ | 2 |
| $$\left|18-20\right|$$ | 2 |
| $$\left|12-20\right|$$ | 8 |

El símbolo $\sum\_{}^{}$ representa una suma. Esto quiero decir que debemos sumar los valores obtenidos anteriormente y luego dividirlos en el total de datos.

Luego tendremos:

$$ D\_{\overline{x}}=\frac{5+0+8+5+5+2+1+2+2+8}{10}=\frac{38}{10}=3,8$$

Por lo tanto, la desviación media es igual a $3,8$

1. Para calcular la varianza usaremos  $σ^{2}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}-\overline{x})^{2}}{n}$

Observa que dentro del paréntesis está el resultado de lo que calculamos previamente en la tabla. Da igual si era positivo o negativo el resultado, pues al elevar ese valor a 2, el resultado quedará siempre positivo.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$\left|x\_{i}-\overline{x}\right|$$ | Resultado | $$(x\_{i}-\overline{x})^{2}$$ |
| $$\left|15-20\right|$$ | 5 | 25 |
| $$ \left|20-20\right|$$ | 0 | 0 |
| $$\left|28-20\right|$$ | 8 | 64 |
| $$\left|25-20\right|$$ | 5 | 25 |
| $$\left|25-20\right|$$ | 5 | 25 |
| $$\left|18-20\right|$$ | 2 | 4 |
| $$\left|21-20\right|$$ | 1 | 1 |
| $$\left|18-20\right|$$ | 2 | 4 |
| $$\left|18-20\right|$$ | 2 | 4 |
| $$\left|12-20\right|$$ | 8 | 64 |

Como aquí estamos explicando agregue nuevamente la misma tabla (pero cuando tú realices los ejercicios construyes sólo una como esta en el paso anterior. No será necesario volver a escribirla)

De aquí tendremos que

$$σ^{2}=\frac{25+0+64+25+25+4+1+4+4+64}{10}$$

 $=\frac{216}{10}=21,6$

Por lo tanto, la varianza es igual a $21,6$

1. Para calcula la desviación estándar usaremos $σ=\sqrt{σ^{2}}$, es decir, corresponde al cálculo de la raíz cuadrada de la varianza.

$σ=\sqrt{σ^{2}}=\sqrt{21,6}\~4,6$ por lo tanto, la desviación estándar es igual a $4,6$

1. Calcula la media y la varianza para los siguientes datos: 70, 50, 65, 63, 69

Tenemos 5 datos, por lo cual $n=5$

1. Para la media (o promedio) tenemos $\overbar{x}=\frac{70+50+65+63+69}{5}=\frac{317}{5}=63,4$
2. Para la varianza construiremos la tabla. En este caso, necesitamos la última columna:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$\left|x\_{i}-\overline{x}\right|$$ | Resultado | $$(x\_{i}-\overline{x})^{2}$$ |
| $$\left|70-63,4\right|$$ | 6,6 | 43,56 |
| $$\left|50-63,4\right|$$ | 13,4 | 179,56 |
| $$\left|65-63,4\right|$$ | 1,6 | 2,56 |
| $$\left|63-63,4\right|$$ | 0,4 | 0,16 |
| $$\left|69-63,4\right|$$ | 5,6 | 31,36 |

$$σ^{2}=\frac{43,56+179,56+2,56+0,16+31,36}{5}$$

 $=\frac{257,2}{5}=51,44$

Por lo tanto, la varianza es igual a $51,44$

**Para datos agrupados en intervalos se calculan usando las siguientes fórmulas.**

$$Mo=L\_{i}+\frac{f\_{i}-f\_{i-1}}{\left(f\_{i}-f\_{i-1}\right)+\left(f\_{i}-f\_{i+1}\right)}∙a\_{i}$$

$$\overbar{x}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{N}x\_{mci}∙f\_{i}$$

$$Me=L\_{i}+\frac{\frac{n}{2}-F\_{i-1}}{f\_{i}}∙a\_{i}$$

$L\_{i}$: límite inferior (intervalo modal o mediana)

$f\_{i}:$ frecuencia absoluta del intervalo

$f\_{i-1}$: frecuencia absoluta del intervalo anterior

$f\_{i+1}: $frecuencia absoluta el intervalo siguiente

$F\_{i-1}$: frecuencia acumulada del intervalo anterior

$x\_{mci}\_{i}$: marca de clase del intervalo $a\_{i}$: amplitud del intervalo

$n$: cantidad total de datos $N$: número de intervalos

$$D\_{\overline{x}}=\frac{\sum\_{i=1}^{N}|x\_{mci}-\overline{x}|∙f\_{i}}{n}$$

$$σ^{2}=\frac{\sum\_{i=1}^{N}(x\_{mci}^{}-\overline{x})^{2}∙f\_{i}}{n}$$

$$σ=\sqrt{σ^{2}}$$

$x\_{mci}: $marca de clase del intervalo $i$

$\overbar{x}$: media aritmética o promedio

$f\_{i}$: frecuencia absoluta del intervalo $i$

$n$: cantidad total de datos

$N$: cantidad de intervalos

**Ejemplo:** Calcula moda, media, mediana, desviación media, varianza y desviación estándar considerando los datos de la siguiente tabla.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | $$x\_{mci}$$ | $$f\_{i}$$ | $$F\_{i}$$ |
| $$\left[350-450\right[$$ | 400 | 4 | 4 |
| $$\left[450-550\right[$$ | 500 | 8 | 12 |
| $$\left[550-650\right[$$ | 600 | 19 | 31 |
| $$\left[650-750\right[$$ | 700 | 10 | 41 |
| $$\left[750-850\right]$$ | 800 | 9 | 50 |

(Lo que está en azul se completa)

La amplitud de cada intervalo es igual a 100, pues por ejemplo,$ 450-350=100$

La cantidad total de datos es $n=50$

La marca de clase se calcula promediando los extremos del intervalo.

Como la frecuencia acumulada se obtiene sumando todas las categorías, en la frecuencia absoluta determinamos a partir de aquella cuál es el valor. Por ejemplo, $31-12=19$, $41-31=10$

1. Como la moda es lo que más se repite, nos quedamos con el intervalo en donde la frecuencia absoluta es mayor, es decir, $\left[550-650\right[$. Con esta información completamos en la fórmula:

$$Mo=L\_{i}+\frac{f\_{i}-f\_{i-1}}{\left(f\_{i}-f\_{i-1}\right)+\left(f\_{i}-f\_{i+1}\right)}∙a\_{i}$$

$Mo=550+\frac{19-8}{\left(19-8\right)+(19-10)}∙100=550+\frac{11}{20}∙100=605$

La moda es igual a $605$

1. La media es el promedio. Pero primero calculamos el valor de las multiplicaciones entre las marcas de clase y respectiva frecuencia absoluta. Se suma y divide en el total.

$$\overbar{x}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{N}x\_{mci}∙f\_{i}$$

$$\overbar{x}=\frac{\left(400∙4\right)+\left(500∙8\right)+\left(600∙19\right)+\left(700∙10\right)+\left(800∙9\right)}{50}$$

$$=\frac{1.600+4.000+11.400+7.000+7.200}{50}=\frac{31200}{50}=624$$

La media es igual a $624$

1. Como la mediana es el dato central y hay un total de 50 datos, buscamos en la columna de frecuencia acumulada aquel intervalo donde por pimera vez se supere o igual a 25 (la mitad de 50). En este caso, el intervalo es $\left[550-650\right[$. Sustituyendo en la fórmula se tendrá:

$$Me=L\_{i}+\frac{\frac{n}{2}-F\_{i-1}}{f\_{i}}∙a\_{i}$$

$Me=550+\frac{\frac{50}{2}-12}{19}∙100=550+\frac{13}{19}∙100=618,4 $(consideramos sólo un decimal)

La mediana es igual a $618,4$

1. Parca calcular la desviación media usaremos $D\_{\overline{x}}=\frac{\sum\_{i=1}^{N}|x\_{mci}-\overline{x}|∙f\_{i}}{n}$ . Por ello, es conveniente construir una tabla para ordenar los datos que necesitamos.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$\left|x\_{mci}-\overline{x}\right|$$ | Resultado | $$\left|x\_{mci}-\overline{x}\right|∙f\_{i}$$ | Resultado  |
| $$\left|400-624\right|$$ | 224 | 224$∙4$ | 896 |
| $$\left|500-624\right|$$ | 124 | 124$∙8$ | 992 |
| $$\left|600-624\right|$$ | 24 | 24$∙19$ | 456 |
| $$\left|700-624\right|$$ | 76 | 76$∙10$ | 760 |
| $$\left|800-624\right|$$ | 176 | 176$∙9$ | 1.584 |

La suma de los resultados obtenidos en la última columna, es el valor correspondiente al numerador de la fórmula. Luego dividimos este valor en 50

$$D\_{\overline{x}}=\frac{896+992+456+760+1.584}{50}=\frac{4688}{50}=93,76$$

De aquí tenemos que la desviación media es igual a $93,76$

1. Parca calcular la varianza usaremos $σ^{2}=\frac{\sum\_{i=1}^{N}(x\_{mci}^{}-\overline{x})^{2}∙f\_{i}}{n} $. Por ello, es conveniente construir una tabla para ordenar los datos que necesitamos. De tabla anterior hay datos que usaremos.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  $\left(x\_{mci}^{}-\overline{x}\right)$(De tabla anterior) | $$(x\_{mci}^{}-\overline{x})^{2}$$ | $$(x\_{mci}^{}-\overline{x})^{2}∙f\_{i}$$ | Resultado columna anterior |
|  224 | 50.176 | 50.176$∙4$ | 200.704 |
| 124 | 15.376 | 15.376$∙8$ | 123.008 |
| 24 | 576 | 576$∙19$ | 10.944 |
| 76 | 5.776 | $$5.776∙10$$ | 57.760 |
| 176 | 30.976 | 30.976$∙9$ | 278.784 |

La suma de los resultados obtenidos en la última columna, es el valor correspondiente al numerador de la fórmula. Luego dividimos este valor en 50

$$σ^{2}=\frac{200.704+123.008+10.944+57.760+278.784}{50}=\frac{671.200}{50}=13.424$$

Por lo tanto, la varianza es igual a $13.424$

1. Para calcular la desviación media usaremos $σ=\sqrt{σ^{2}}$, es decir, es la raíz cuadrada de la varianza.

$σ=\sqrt{13.424}=115,8$ (resultado con un decimal)

Por lo tanto, la desviación media es igual a $115,8$

**Matemática diferenciada**

Se considera en el transcurso de estas semanas el trabajo por parte del estudiante en la Unidad 1 correspondiente a **funciones**, específicamente en el tema **“función lineal y cuadrática”**, cuyo objetivo de aprendizaje es **utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.**

A diferencia de matemática común no existe texto guía para esta asignatura. no obstante, el estudiante está en toda libertad de buscar material complementario (videos, libros, ejemplos resueltos, etc) además de revisar los contenidos y ejemplos presentados posteriormente.

Plazo máximo de entrega día miércoles 15-04

Sugiero de preferencia adjuntar archivo con fotos del desarrollo realizado, pues es mucho más fácil para ustedes trabajar en papel que en computador, especialmente en estas asignaturas. Favor, letra clara y ordenada.

 (La fecha señalada con anterioridad es para poder disponer del tiempo necesario para las correcciones y devolución de resultados)

**Criterios para corrección de guía de trabajo de matemática diferenciada**

**Primera parte**

1. 30 puntos totales (5 puntos cada una)

Reemplaza la letra $x$ por los valores dados en la función y calcula dicho valor.

1. 12 puntos totales (6 puntos cada una)

Observa la imagen y determina la imagen y preimagen de los valores dados.

**FUNCIONES**

La **función lineal** (o de primer grado) es una función cuyo dominio y recorrido es el conjunto de los números reales.

$f\left(x\right)=mx+n$ con $m,n\in R$ y $m\ne 0$

Su gráfico es una recta en el plano que depende de los valores de m y n.

$m $ es la pendiente de la recta y $n$ es el coeficiente de posición (o corte con eje y)

La **función cuadrática** es una función cuyo dominio es el conjunto de los números reales mientras que el recorrido es un subconjunto de este.

$f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$ con $a, b, c\in R$ y $a\ne 0$

Su gráfico es una curva en el plano

Diferenciamos la función lineal de la cuadrática debido a que la lineal el máximo exponente de la $x$ es 1, mientras que en la cuadrática es 2.

En ambas funciones los valores que toma $x$ se denominan preimagen, mientras que los que toma $y$ son la imagen.

Para graficar le asignamos valores a $x$ y obtenemos los de $y$, luego ubicamos los puntos $(x,y)$ en el plano y graficamos. Los valores asignados a $x$ deben ser valores cercanos a 0 para facilitar la grafica ( por ejemplo: lineal: 0,1 y 2 cuadrática: -2,-1,-0,1,2 )

 **Ejemplos:**

1. $f\left(x\right)=5x+3$ es una función cuya pendiente es igual a 5 ($m=5$) y el coeficiente de posición es igual a 3 $(n=3)$.

Calculemos $f\left(3\right), f\left(9\right)y f\left(-6\right)$

En este caso debemos cambiar la letra $x$ por los valores que están en el paréntesis y resolver:

1. $f\left(3\right)=5∙3+3=15+3=18$ de aquí 3 es preimagen de 18 mientras que 18 es imagen de 18
2. $f\left(9\right)=5∙9+3=45+3=48$ de aquí 9 es preimagen de 48 mientras que 48 es imagen de 9
3. $f\left(-6\right)=5∙-6+3=-30+3=-27$ de aquí $-6$ es preimagen de $-27$ mientras que $-27$ es imagen de $-6$
4. $f\left(x\right)=x^{2}+3x-6$ es una función cuadrática

Calculemos $f\left(4\right), f\left(-2\right)y f(-4)$

Es este caso debemos cambiar la letra $x $por los valores que están en el paréntesis y resolver:

1. $f\left(4\right)=4^{2}+3∙4-6=16+12-6=22$ de aquí 4 es preimagen de 22 mientras que 22 es imagen de 4
2. $f\left(-2\right)=(-2)^{2}+3∙-2-6=4-6-6=-8$ de aquí $-2$ es preimagen de $-8$ mientras que $-8$ es imagen de $-2$
3. $f\left(-4\right)=(-4)^{2}+3∙-4-6=16-12-6=-2$ de aquí $-4$ es preimagen de $-2$ mientras que $-2$ es imagen de $-4$
4. Observa y determina la imagen de $0, -1 y -3$



La imagen de un valor se asocia con el eje y. Por lo tanto, para buscar las imágenes de los valores dados, debemos buscar esos valores en el eje $x$ y determinar cúal es el punto que pertenece a la recta. Tendremos:

$$f\left(0\right)=-3$$

$$f\left(-1\right)=-2$$

$$f\left(-3\right)=0$$

La imagen de $0$ es $-3$

La imagen de $-1$ es $-2$

La imagen de $-3$ es $0$

1. Observa y determina la preimagen de $3, 1 y 0$

La preimagen de un valor se asocia con el eje $x$. Por lo tanto, para buscar las preimágenes de los valores dados, debemos buscar esos valores en el eje $y$ y determinar cúal es el punto que pertenece a la recta. Tendremos que la incógnita es el valor que está dentro del paréntesis. Tendremos:

$$f\left(1\right)=3$$

$$f\left(-1\right)=1$$

$$f\left(-2\right)=0$$

La preimagen de $3$ es $1$

La preimagen de $1$ es $-1$

La preimagen de $0$ es $-2$

1. Observa y determina la imagen de $-1, 1 y 2$



La imagen de un valor se asocia con el eje y. Por lo tanto, para buscar las imágenes de los valores dados, debemos buscar esos valores en el eje $x$ y determinar cúal es el punto que pertenece a la curva. Tendremos:

$$f\left(-1\right)=2$$

$$f\left(1\right)=2$$

$$f\left(2\right)=5$$

La imagen de $-1$ es $2$

La imagen de $1$ es $2$

La imagen de $2$ es $5$

1. Observa y determina la preimagen de $3, 0 y -1$



La preimagen de un valor se asocia con el eje $x$. Por lo tanto, para buscar las preimágenes de los valores dados, debemos buscar esos valores en el eje $y$ y determinar cúal es el punto que pertenece a la curva. Tendremos que la incógnita es el valor que está dentro del paréntesis. Tendremos:

$f\left(-1\right)=3$ y $f\left(3\right)=3$

$f\left(0\right)=0$ y $f\left(2\right)=0$

$f\left(1\right)=-1$

Las preimágenes de $3$ son $-1$ y $3$

La preimágenes de $0$ son $0$ y $2$

La preimagen de $-1$ es $1$