Colegio Nuestra Señora de Pompeya

Asignatura: Matemática común

Profesora: **Valeria Farías Piña**

Curso: 3° Medio

Unidad 1: El uso datos estadísticos y de modelos probabilísticos para la toma de decisiones

Medidas de dispersión

Objetivo de aprendizaje de la unidad:

OA 01: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión

|  |  |
| --- | --- |
| Contenidos a evaluar | Aprendizajes esperados / objetivos de aprendizaje a evaluar |
| Medidas de tendencia centralMedidas de dispersión  | Calcular medidas de tendencia central y dispersión para datos agrupados en intervalos |

**Instrucciones:**

* La actividad se desarrolla en el cuaderno y será revisada con posterioridad.
* Puedes guiarte con el texto del estudiante o con los contenidos y ejemplos dados.

*Definiciones, fórmulas y ejemplos.*

**Medidas de tendencia central y dispersión**

Las medidas de tendencia central son: moda (Mo), media ($\overbar{x}$) y mediana (Me).

* $Mo$: es la variable que más se repite
* $\overbar{x}$: Es el promedio de los datos. Se usa $\overbar{x}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}$ En palabras, se suman todos los datos y se divide en el total.
* Me: ordenamos los datos de menor a mayor y la mediana es el dato que ocupa el centro. Si hay dos datos en el centro, la mediana es el promedio de estos.

Las medidas de dispersión son: desviación media ($D\_{\overline{x}}$), varianza ($σ^{2}$) y desviación estándar ($σ$)

* $D\_{\overline{x}}$: permite determinar cuánto varían los datos con respecto a la media aritmética
* $σ^{2}$: permite saber cuál es la dispersión respecto a la media
* $σ$: permite saber que tan disperso es el conjunto

**Para datos agrupados en intervalos se calculan usando las siguientes fórmulas.**

$$Mo=L\_{i}+\frac{f\_{i}-f\_{i-1}}{\left(f\_{i}-f\_{i-1}\right)+\left(f\_{i}-f\_{i+1}\right)}∙a\_{i}$$

$$\overbar{x}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{N}x\_{mci}∙f\_{i}$$

$$Me=L\_{i}+\frac{\frac{n}{2}-F\_{i-1}}{f\_{i}}∙a\_{i}$$

$L\_{i}$: límite inferior (intervalo modal o mediana)

$f\_{i}:$ frecuencia absoluta del intervalo

$f\_{i-1}$: frecuencia absoluta del intervalo anterior

$f\_{i+1}: $frecuencia absoluta el intervalo siguiente

$F\_{i-1}$: frecuencia acumulada del intervalo anterior

$x\_{mci}\_{i}$: marca de clase del intervalo $a\_{i}$: amplitud del intervalo

$n$: cantidad total de datos $N$: número de intervalos

$$D\_{\overline{x}}=\frac{\sum\_{i=1}^{N}|x\_{mci}-\overline{x}|∙f\_{i}}{n}$$

$$σ^{2}=\frac{\sum\_{i=1}^{N}(x\_{mci}^{}-\overline{x})^{2}∙f\_{i}}{n}$$

$$σ=\sqrt{σ^{2}}$$

$x\_{mci}: $marca de clase del intervalo $i$

$\overbar{x}$: media aritmética o promedio

$f\_{i}$: frecuencia absoluta del intervalo $i$

$n$: cantidad total de datos

$N$: cantidad de intervalos

**Ejemplo:** Calcula moda, media, mediana, desviación media, varianza y desviación estándar considerando los datos de la siguiente tabla.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | $$x\_{mci}$$ | $$f\_{i}$$ | $$F\_{i}$$ |
| $$\left[350-450\right[$$ | 400 | 4 | 4 |
| $$\left[450-550\right[$$ | 500 | 8 | 12 |
| $$\left[550-650\right[$$ | 600 | 19 | 31 |
| $$\left[650-750\right[$$ | 700 | 10 | 41 |
| $$\left[750-850\right]$$ | 800 | 9 | 50 |

(Lo que está en azul se completa)

La amplitud de cada intervalo es igual a 100, pues por ejemplo,$ 450-350=100$

La cantidad total de datos es $n=50$

La marca de clase se calcula promediando los extremos del intervalo.

Como la frecuencia acumulada se obtiene sumando todas las categorías, en la frecuencia absoluta determinamos a partir de aquella cuál es el valor. Por ejemplo, $31-12=19$, $41-31=10$

1. Como la moda es lo que más se repite, nos quedamos con el intervalo en donde la frecuencia absoluta es mayor, es decir, $\left[550-650\right[$. Con esta información completamos en la fórmula:

$$Mo=L\_{i}+\frac{f\_{i}-f\_{i-1}}{\left(f\_{i}-f\_{i-1}\right)+\left(f\_{i}-f\_{i+1}\right)}∙a\_{i}$$

$Mo=550+\frac{19-8}{\left(19-8\right)+(19-10)}∙100=550+\frac{11}{20}∙100=605$

La moda es igual a $605$

1. La media es el promedio. Pero primero calculamos el valor de las multiplicaciones entre las marcas de clase y respectiva frecuencia absoluta. Se suma y divide en el total.

$$\overbar{x}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{N}x\_{mci}∙f\_{i}$$

$$\overbar{x}=\frac{\left(400∙4\right)+\left(500∙8\right)+\left(600∙19\right)+\left(700∙10\right)+\left(800∙9\right)}{50}$$

$$=\frac{1.600+4.000+11.400+7.000+7.200}{50}=\frac{31200}{50}=624$$

La media es igual a $624$

1. Como la mediana es el dato central y hay un total de 50 datos, buscamos en la columna de frecuencia acumulada aquel intervalo donde por pimera vez se supere o igual a 25 (la mitad de 50). En este caso, el intervalo es $\left[550-650\right[$. Sustituyendo en la fórmula se tendrá:

$$Me=L\_{i}+\frac{\frac{n}{2}-F\_{i-1}}{f\_{i}}∙a\_{i}$$

$Me=550+\frac{\frac{50}{2}-12}{19}∙100=550+\frac{13}{19}∙100=618,4 $(consideramos sólo un decimal)

La mediana es igual a $618,4$

1. Parca calcular la desviación media usaremos $D\_{\overline{x}}=\frac{\sum\_{i=1}^{N}|x\_{mci}-\overline{x}|∙f\_{i}}{n}$ . Por ello, es conveniente construir una tabla para ordenar los datos que necesitamos.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$\left|x\_{mci}-\overline{x}\right|$$ | Resultado | $$\left|x\_{mci}-\overline{x}\right|∙f\_{i}$$ | Resultado  |
| $$\left|400-624\right|$$ | 224 | 224$∙4$ | 896 |
| $$\left|500-624\right|$$ | 124 | 124$∙8$ | 992 |
| $$\left|600-624\right|$$ | 24 | 24$∙19$ | 456 |
| $$\left|700-624\right|$$ | 76 | 76$∙10$ | 760 |
| $$\left|800-624\right|$$ | 176 | 176$∙9$ | 1.584 |

La suma de los resultados obtenidos en la última columna, es el valor correspondiente al numerador de la fórmula. Luego dividimos este valor en 50

$$D\_{\overline{x}}=\frac{896+992+456+760+1.584}{50}=\frac{4688}{50}=93,76$$

De aquí tenemos que la desviación media es igual a $93,76$

1. Parca calcular la varianza usaremos $σ^{2}=\frac{\sum\_{i=1}^{N}(x\_{mci}^{}-\overline{x})^{2}∙f\_{i}}{n} $. Por ello, es conveniente construir una tabla para ordenar los datos que necesitamos. De tabla anterior hay datos que usaremos.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  $\left(x\_{mci}^{}-\overline{x}\right)$(De tabla anterior) | $$(x\_{mci}^{}-\overline{x})^{2}$$ | $$(x\_{mci}^{}-\overline{x})^{2}∙f\_{i}$$ | Resultado columna anterior |
|  224 | 50.176 | 50.176$∙4$ | 200.704 |
| 124 | 15.376 | 15.376$∙8$ | 123.008 |
| 24 | 576 | 576$∙19$ | 10.944 |
| 76 | 5.776 | $$5.776∙10$$ | 57.760 |
| 176 | 30.976 | 30.976$∙9$ | 278.784 |

La suma de los resultados obtenidos en la última columna, es el valor correspondiente al numerador de la fórmula. Luego dividimos este valor en 50

$$σ^{2}=\frac{200.704+123.008+10.944+57.760+278.784}{50}=\frac{671.200}{50}=13.424$$

Por lo tanto, la varianza es igual a $13.424$

1. Para calcular la desviación media usaremos $σ=\sqrt{σ^{2}}$, es decir, es la raíz cuadrada de la varianza.

$σ=\sqrt{13.424}=115,8$ (resultado con un decimal)

Por lo tanto, la desviación media es igual a $115,8$

**Ejercicios**

1. **Realiza el cálculo correspondiente para cada uno de los siguientes ejercicios. No anotes solo una respuesta si el ejercicio requiere de cálculo**
2. A partir de la siguiente tabla
3. Complétala
4. Calcula moda, media y mediana

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | $$x\_{mci}$$ | $$f\_{i}$$ | $$F\_{i}$$ |
| $$\left[30-40\right[$$ |  | 24 |  |
| $$\left[40-50\right[$$ |  | 36 |  |
| $$\left[50-60\right[$$ |  |  | 80 |
| $$\left[60-70\right]$$ |  |  | 100 |

1. A partir de la siguiente tabla
2. Complétala
3. Calcula moda, media y mediana
4. Calcula desviación media, varianza y desviación estándar

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | $$x\_{mci}$$ | $$f\_{i}$$ | $$F\_{i}$$ |
| $$\left[100-110\right[$$ |  |  | 3 |
| $$\left[110-120\right[$$ |  |  | 10 |
| $$\left[120-130\right[$$ |  |  | 18 |
| $$\left[130-140\right[$$ |  |  | 20 |
| $$\left[140-150\right]$$ |  |  | 25 |